Методы подобия и размерности в механике 7М05405-Механика и энергетика Лекция2 Краткий конспект 2

**Лекция 2. Движение математического маятника. Метод размерности**

Математический маятник представляет собой тяжелую материальную точку, подвешенную на невесомой и нерастяжимой нити, которая закреплена другим своим концом неподвижно. Совокупность возможных движений ограничим условием, что движения маятника плоское.

Введем обозначения: – длина маятника, – угол между нитью и вертикалью, *t* – время, *m –* масса груза и *N* – натяжение нити. Если пренебречь силами сопротивления, то задача о движении маятника приводится к решению уравнений

, (1)

, (2)

С начальным условием:

при , (3)

т.е., за начальный момент времени принят тот момент, когда маятник отклонен на угол , а скорость равна нулю.

Из уравнений (1) и (2) и начального условия очевидно, что в качестве определяющих параметров можно взять следующую систему:

*, ,*  .

Следовательно, искомые характеристики можно записать в виде:

(4)

где и – безразмерные функции.

Вид этих функций можно определить, решая уравнения (1) и (2) на основе начальных условий. Однако здесь обратимся к теории метода размерности. В частности, пять аргументов функций и можно свести только к двум аргументам, которые представляют собой безразмерные комбинации, составленные из и , так как имеются три независимые единицы измерений.

Из величин и можно составить две независимые безразмерные комбинации:

. (5)

Все другие безразмерные комбинации, составленные из и , будут функциями комбинаций (5). Следовательно, можно записать:

. (6)

Формулы (6), полученные с помощью метода размерности, показывают, что закон движения не зависит от массы груза, а натяжение нити прямо пропорционально массе груза. Эти выводы также непосредственно вытекают из уравнений (1) и (2). Величину можно рассматривать как время, выраженное в специальной системе единиц измерения, в которой длина маятника () и ускорение силы тяжести () приняты равными единице.